تمرين 1

بسط التعابير المتجهية التالية:

$\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{GF}$

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$

$\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{OA}$

$\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{ON}+\overrightarrow{OM}$

$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{CB}$

تمرين 2

A و B و M ثلاث نقط من المستوى.

لتكن I منتصف القطعة $[AB]$.

بين أن: $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI}$.

تمرين 3

A و B و C و D أربع نقط من المستوى.

بين أن:

$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$

تمرين 4

A و B و C ثلاث نقط من المستوى حيث:

$3\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$.

بين أن C منتصف القطعة $[AB]$.

تمرين 5

EFG مثلث.

1. أنشئ النقطة M بحيث: $\overrightarrow{FH}=\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{FG}$.
2. لتكن N نقطة بحيث: $\overrightarrow{FN}=4\overrightarrow{FE}+3\overrightarrow{EG}$.
   - **أ.** أثبت أن: $\overrightarrow{EN}=3\overrightarrow{EM}$.
   - **ب.** أنشئ النقطة N.

تمرين 6

$ABCD$ متوازي أضلاع.

1. أنشئ النقطة E بحيث: $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$.
2. أنشئ النقطة F بحيث: $\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{AD}$.
3. بين أن: $\overrightarrow{CE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$

   و $\overrightarrow{FE}=\frac{9}{2}\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}$.
4. استنتج أن النقط C و E و F نقط مستقيمية.

تمرين 7

$ABCD$ متوازي أضلاع.

لتكن E و F نقطتان بحيث:

$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AF}=\frac{5}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{7}{3}\overrightarrow{AD}$.

1. أنشئ الشكل.
2. بين أن: $\overrightarrow{EF}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$.
3. استنتج أن: $(EF)//(AC)$.

تمرين 8

$ABCD$ متوازي أضلاع.

1. أنشئ النقطة M بحيث: $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$.
2. أنشئ النقطة N بحيث: $\overrightarrow{BN}=3\overrightarrow{BC}$.
3. بين أن: $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DM}$

   و $\overrightarrow{AN}=3\overrightarrow{BC}+3\overrightarrow{DM}$.
4. استنتج أن النقط A و M و N نقط مستقيمية.

تمرين 9

ABC مثلث و O مركز دائرته المحيطة و G مركز ثقله.

1. أنشئ D مماثلة O بالنسبة ل (BC).
2. بين أن: $\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$.
3. أنشئ النقطة H بحيث

   $\overrightarrow{OH}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$.
4. بين أن: $\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{OD}$ ،

   و استنتج أن: $(AH)\perp(BC)$.
5. أنشئ E مماثلة O بالنسبة ل (AC).
6. أثبت أن: $\overrightarrow{BH}=\overrightarrow{OE}$ ،

   و استنتج أن: $(AC)\perp(BH)$، ماذا تمثل النقطة H بالنسبة للمثلث ABC ؟
7. بين أن : $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=3\overrightarrow{OG}$.
8. استنتج أن النقط O و H و G مستقيمية.

تمرين 10

$ABCD$ متوازي أضلاع و E و F نقطتان بحيث:

$\overrightarrow{AE}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BF}=12\overrightarrow{AE}+4\overrightarrow{AC}$.

لتكن النقطة J تقاطع المستقيمين (AF) و (CD).

1. بين أن: $\overrightarrow{BF}=4\overrightarrow{BC}$.

2. أنشئ الشكل.

3. بين أن: $\overrightarrow{FD}=-\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{BC}$

و $\overrightarrow{DE}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$.

4. استنتج أن النقط D و E و F مستقيمية.

5. بين أن: $\overrightarrow{FE}=\frac{4}{3}\overrightarrow{FD}$.

6. استنتج $\overrightarrow{AE}$ بدلالة $\overrightarrow{DJ}$.

تمرين 11

ABC مثلث و O مركز الدائرة المحيطة به.

لتكن النقط A' و B' و C'، على التوالي، منتصفات القطع $[BC]$ و $[AC]$ و $[AB]$.

1. بين أن:

$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA'}+\overrightarrow{OB'}+\overrightarrow{OC'}$.

2. استنتج أن: $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{CC'}=\vec{0}$.

3. بين أن للمثلثين ABC و $A'B'C'$ نفس مركز ثقل.

تمرين 12

A و B و C و D أربع نقط من المستوى، بحيث:

$7\overrightarrow{AD}=4\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC}$.

أثبت أن النقط B و C و D نقط مستقيمية.

تمرين 13

ABC مثلث، M و N نقطتان بحيث: $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{AC}$

و $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

1. أنشئ الشكل.

2. بين أن المتجهتان $\overrightarrow{NC}$ و $\overrightarrow{BM}$ مستقيميتان.

تمرين 14

$ABCD$ متوازي أضلاع و M و N نقطتان بحيث:

$\overrightarrow{DM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$ و $\overrightarrow{BN}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.

1. أنشئ الشكل.

2. بين أن النقط A و M و N نقط مستقيمية.

تمرين 15

$ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و $[CD]$.

النقط E و F و G و H هي على التوالي منتصفات القطع $[AD]$ و $[BC]$ و $[AC]$ و $[BD]$.

1. بين أن: $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}\right)$

و $\overrightarrow{GH}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{DC}\right)$.

2. بين أن النقط E و F و G و H مستقيمية.

تمرين 16

ABC مثلث، E و F نقطتان بحيث: $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

و $\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{AC}$.

لتكن النقطة P تقاطع المستقيمين (BC) و (EF).

نضع: $\overrightarrow{PC}=x\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{PF}=y\overrightarrow{EF}$ حيث x و y عددان حقيقيان.

1. أنشئ الشكل.

2. بين أن: $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+(1-x)\overrightarrow{AC}$ و

$\overrightarrow{AP}=\frac{3}{2}y\overrightarrow{AB}+3(1-y)\overrightarrow{AC}$.

3. استنتج علاقة بين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$.

4. حدد x و y.

5. استنتج أن: $\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$.

تمرين 17

ABC مثلث، J و K و L ثلاث نقط بحيث:

$\overrightarrow{AJ}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BK}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{AL}=2\overrightarrow{AC}$.

1. أنشئ الشكل.

2. بين أن: $\overrightarrow{JK}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$ و

$\overrightarrow{KL}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}$.

3. استنتج أن النقط J و K و L نقط مستقيمية.

تمرين 18

ABC مثلث، P و Q و E ثلاث نقط بحيث:

$\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AQ}=5\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AL}=2\overrightarrow{AC}$.

1. أنشئ الشكل.

لتكن النقطة D تقاطع المستقيمين (AE) و (BC).

2. عبر عن $\overrightarrow{AE}$ بدلالة $\overrightarrow{DB}$ و $\overrightarrow{DC}$ و $\overrightarrow{AD}$.

3. استنتج أن: $\overrightarrow{AE}=7\overrightarrow{AD}$.