تمرين 1

حدد الأعداد الحقيقية m و n و p بحيث لكل عدد حقيق x : $mx^2+3x-p=nx+4$.

تمرين 2

P و Q و R حدوديات درجاتها على التوالي 1 و 2 و 5.

حدد درجة الجداء $P\times Q\times R$.

تمرين 3

P حدودية غير منعدمة.

نضع: $\deg(P)=n$.

حدد بدلالة n درجة كل حدودية من الحدوديات التالية:

1) $P^2=P\times P$.
2) $(x^2+1)P(x)$.
3) P^3.
4) $k\times P$، مع k عدد حقيقي غير منعدم.

تمرين 4

أوجد حدودية P غير منعدمة تقبل ثلاث جذور **فقط** هم 1 و 2 و 3، ثم حدد درجتها.

تمرين 5

حدد حدودية P غير منعدمة معاملاتها أعداد صحيحة نسبية بحيث يكون العدد α جذرا لها في الحالات التالية:

1) $\alpha=\dfrac{22}{7}$.
2) $\alpha=\sqrt{5}$.
3) $\alpha=\sqrt{2}+\sqrt{3}$.

تمرين 6

برهن أن العدد α جذر للحدودية $P(x)=x^3-(3+\alpha)x^2+(2+3\alpha)x-2\alpha$ ثم عمل هذه الحدودية.

تمرين 7

m عدد حقيقي.

نعتبر الحدودية:

$$P_m(x)=x^3+mx^2+2m(2-m)x-4.$$

1) حدد قيمة m التي من أجلها $P_m(x)$ تقبل القسمة على $x-m$.
2) في الحالة التي يكون فيها m موجبا عمل $P_m(x)$.

تمرين 8

نعتبر الحدودية P حيث:

$$P(x)=(x-2)^{3n}+(x-1)^{2n}-1 \quad ; \quad n\in\mathbb{N}^*.$$

1) أثبت وجود حدودية Q بحيث: $P(x)=(x-2)Q(x)$ (ليس مطلوبا تحديد صيغتها).
2) حدد درجة الحدودية Q.
3) أحسب $P(1)$ بدلالة n.
4) حدد قيم n التي من أجلها $P(x)$ قابلة للقسمة على $(x-1)$.

تمرين 9

نعتبر الحدودية P حيث:

$$P(x)=x^3-(a+1)x^2+(a-2)x+2a.$$

1) بدون حساب حدد قيمة a لكي يكون 0 جذرا للحدودية P.
2) حدد بدلالة a باقي القسمة الإقليدية ل P على $(x-1)$.
3) حدد قيمة a لكي يكون 1 جذر للحدودية P.
4) نأخذ: $a=1$.
   a) بين أن $P(x)$ تقبل القسمة على $(x-2)$.
   b) عمل $P(x)$.
   c) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $P(x)=0$.

تمرين 10

نعتبر الحدودية P حيث:

$$P(x)=2x^4-5x^3+6x^2-5x+2.$$

ليكن α جذر للحدودية P.

1) بين أن: $\alpha\neq 0$.
2) بين أن $\dfrac{1}{\alpha}$ جذر للحدودية P.
3) أثبت أن 1 جذر للحدودية P.
4) عمل $P(x)$.

تمرين 11

نعتبر الحدودية P حيث:

$$P(x)=2x^3+3x^2-3x-2.$$

1) أحسب $P(-2)$ و $P(1)$ و $P(3)$.

Exercice :

On considère la fonction polynôme P définie sur ℝ par :

$$P(x) = 4x^3 + 4x^2 - 9x + 1 .$$

1. Trouver une racine évidente α de $P(x)$.
2. Déterminer alors une fonction polynôme Q du second degré telle que : $P(x) = (x - \alpha). Q(x)$.
3. En déduire les solutions de l'équation : $P(x) = 0$.

Exercice:

(E) désigne l'équation :

$$x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0.$$

On vérifie facilement que 0 n'est pas solution de (E).

1. Démontrer que si a est solution de (E) alors $\frac{1}{a}$ est solution de (E).
2. Montrer que l'équation (E) est équivalente à l'équation :
   $$(E'): x^2 - 4x + 2 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2} = 0.$$
3. Calculer $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$.
4. Puis montrer qu'en posant $t = \left(x + \frac{1}{x}\right)$ l'équation (E') se ramène à une équation du second dégré.
5. Résoudre alors (E).

2) بين أنه إذا كان α جذر للحدودية P فإن $\frac{1}{\alpha}$ جذر كذلك.

3) حدد جذور الحدودية P.

4) عمل $P(x)$.

تمرين 12**

P حدودية تحقق الشرط التالي:

يوجد عدد حقيقي λ غير منعدم بحيث لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $P(x+\lambda) = P(x)$.

بين أن P حدودية ثابتة.

تمرين 13***

حل في $\mathbb{R}^3$ النظمة التالية:

$$\begin{cases} \alpha+\beta+\gamma = 3 \\ \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma} = 3 \\ \alpha\beta\gamma = 1 \end{cases}.$$

ذ . علي تاموسيت
tamoussit2009@gmail.com
http://4maths.jimdo.com

"Just a darn minute! — Yesterday you said that X equals two!"