نموذج فرض للأولى بكالوريا علوم رياضياتية

الحساب المثلثي و النهايات (ساعتان و نصف)

التمرين الأول:

1. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التالية: $\cos 3x = \frac{1}{2}$.
2. أحسب $\cos 3x$ بدلالة $\cos x$.
3. بين أن الأعداد $\cos\frac{\pi}{9}$ و $\cos\frac{7\pi}{9}$ و $\cos\frac{13\pi}{9}$ هي حلول للمعادلة $4x^3 - 3x - \frac{1}{2} = 0$.
4. استنتج قيم التعابير التالية:

$$A = \cos\frac{\pi}{9} + \cos\frac{7\pi}{9} + \cos\frac{13\pi}{9}$$

$$B = \cos\frac{\pi}{9}\cos\frac{7\pi}{9} + \cos\frac{7\pi}{9}\cos\frac{13\pi}{9} + \cos\frac{\pi}{9}\cos\frac{13\pi}{9}$$

$$C = \cos\frac{\pi}{9}\cos\frac{7\pi}{9}\cos\frac{13\pi}{9}$$

التمرين الثاني:

1. أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos x}{|x|} \quad ; \quad \lim_{x\to -\infty}\sqrt{x^2-3x}+x$$

$$\lim_{x\to +\infty}\frac{[\cos x]}{x^3} \quad ; \quad \lim_{x\to \frac{\pi}{2}}(1-\sin x)\operatorname{tg}^2 x$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(\sin x)}{x^2} \quad ; \quad \lim_{x\to \frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{\sin 2x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} \quad ; \quad \lim_{x\to 0}\frac{(x+1)^{2011}-1}{x}$$

2. ناقش حسب قيم العدد الصحيح الطبيعي n النهاية التالية: $\lim_{|x|\to+\infty}\frac{1432x^n - 2011}{2010x^3 + 1431}$.

التمرين الثالث:

نعتبر المعادلة التالية: $(E): \cos\left(\frac{2\pi}{x}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$.

1. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة (E) .
2. استنتج جميع الحلول الصحيحة النسبية.

التمرين الرابع:

1. حل في $[0;2\pi]$ المتراجحة التالية: $\frac{1}{\cos x} \le \frac{1}{\sin x}$.
2. حدد مجموعة تعريف الدالة التالية:

$$f(x) = \frac{x\sin x}{\operatorname{tg}(\pi\cos\pi x)} .$$

التمرين الخامس:

الهدف من التمرين هو حل المعادلة:

$(E): \sin(\cos x) = \cos(\sin x)$ في $\mathbb{R}$.

ليكن x عنصر من $\mathbb{R}$.

1. بين أن: $\cos x + \sin x = \sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.
2. بين أن: $|\cos x + \sin x| \le \sqrt{2}$.
3. استنتج أن: $|\cos x - \sin x| \le \sqrt{2}$.
4. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة (E) .

من أولمبياد الرياضيات: (للبحث)

بين أنه لكل x من $\mathbb{R}$: $\sin(\cos x) < \cos(\sin x)$.

الأستاذ : علي تاموسيت

Ali TAMOUSSIT

http://4maths.jimdo.com

tamoussit2009@gmail.com