

التمرين الأول:

1. دالة عددية قابلة للاشتقاق على مجموعة تعريفها. حدد صحة كل من الاستلزمات التالية:
 - a. f ثابتة على $D_f \Rightarrow f'(x) = 0 \ (\forall x \in D_f)$ ؛
 - b. x_0 مطراف ل $f \Rightarrow f'(x_0) = 0$ ؛
 - c. f تباينية $\Rightarrow f$ رتيبة قطعاً.
2. دالة Q حدودية من الدرجة الثالثة.

بين أن: $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad Q(x) = Q(0) + xQ'(0) + \frac{x^2}{2}Q''(0) + \frac{x^3}{6}Q^{(3)}(0)$.
3. لتكن P دالة حدودية درجتها أكبر من أو تساوي 2، و α عدد حقيقي.

بين التكافؤ التالي: $P(\alpha) = P'(\alpha) = 0 \Leftrightarrow P$ يقسم $(x - \alpha)^2$.

تطبيق: بين أن الدالة الحدودية $P(x) = x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 20x - 12$ تقبل القسمة على $(x - 2)^2$.
4. x_0 عنصر من \mathbb{R} و f دالة عددية معرفة على مجال I مفتوح مركزه x_0 .
 - a. بين أن: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ $\Rightarrow f$ قابلة للاشتقاق في x_0 .
 - b. هل الاستلزام العكسي صحيح؟
5. بين أن في \mathbb{R} المعادلة $x^5 - 5x + 1 = 0$ (E) تقبل ثلاث حلول حقيقية.

التمرين الثاني:

- n عدد صحيح طبيعي أكبر من أو يساوي 2، و f دالة عددية معرفة على \mathbb{R}^+ بما يلي: $f(x) = \frac{1+x^n}{(1+x)^n}$.
1. أحسب $f'(x)$ لكل x من \mathbb{R}^+ .
 2. ضع جدول تغيرات الدالة f .
 3. استنتج أن: $\forall x \in \mathbb{R}^+; (1+x)^n \leq 2^{n-1}(1+x^n)$.
 4. بين أن: $\forall (a,b) \in (\mathbb{R}^+)^2; \left(\frac{a+b}{2}\right)^n \leq \frac{a^n + b^n}{2}$.

التمرين الثالث:

- g دالة عددية معرفة على \mathbb{R} بما يلي: $g(x) = 1 - \cos(\sqrt{|x|})$.
1. بين أن g دالة زوجية.
 2. أدرس قابلية اشتقاق الدالة g في 0.
 3. اعط معادلة المماس لمنحنى الدالة g عند النقطة ذات الأفصول المنعدم.
 4. بين أن: $\forall x \in \mathbb{R}^*; g'(x) = \operatorname{sgn}(x) \frac{\sin(\sqrt{|x|})}{2\sqrt{|x|}}$.

التمرين الرابع:

حدد المساحة القصوى لقطعة أرضية مستطيلة الشكل محيطها 100m.