فرض محروس 01

(مبادئ في المنطق/المجموعات/التطبيقات)

التمرين 1:

4ن بين أنه، مهما يكن العدد الصحيح الطبيعي غير المنعدم n، لدينا:

$$\frac{1}{1x2}+\frac{1}{2x3}+\frac{1}{3x4}+...+\frac{1}{n(n+1)}=\frac{n}{n+1}.$$

التمرين 2:

نعتبر x و y عددين حقيقيين.

1ن 1. حدد قيمة حقيقة المتساوية : $|x-y|^2-(|x|-|y|)^2=(|x|+|y|)^2-|x+y|^2$.

3ن 2. بين أن العبارات الثلاث التالية متكافئة فيما بينها:

P : $xy\geq 0$

Q : $|x+y|=|x|+|y|$

R : $|x-y|=\big||x|-|y|\big|$

التمرين 3:

نعتبر التطبيق $\begin{array}{l} f:R\to R \\ x\mapsto x^2-4x+1 \end{array}$

1ن 1. بين أن $(\forall x\in R): f(x)\geq -3$

1ن 2. استنتج أن $f(R)=[-3;+\infty[$.

2ن 3. هل التطبيق f تباييني؟ شمولي؟

2ن 4. حدد ما يلي: $f^{-1}(]-\infty;1[)$ و $f(]-1;5[)$

1ن 5. نعتبر g قصور f على المجال $[2;+\infty[$. تحقق من أن g تطبيق تبايني.

2ن 6. ليكن التطبيق $\begin{array}{l} h:[2;+\infty[\to[-3;+\infty[\\ x\mapsto x^2-4x+1 \end{array}$

بين أن h تقابل و حدد تطبيقه العكسي h^{-1}.

التمرين 4:

نعتبر جزئين E_1 و E_2 من مجموعة مرجعية E بحيث $E_1 \cup E_2 = E$ و $E_1 \cap E_2 = \phi$.

1. لتكن A جزء من E. نضع $A_1 = A \cap E_1$ و $A_2 = A \cap E_2$.

0.5 ن 1.1. حدد $A_1 \cap A_2$ و $A_1 \cup A_2$.

0.5 ن 1.2. عبر عن $C_{E_1}^{A_1}$ و $C_{E_2}^{A_2}$ بدلالة $\overline{A}$ (متممة A في E) و E_1 أو E_2 فقط.

1.3. لتكن أيضا B جزء من E. نضع $B_1 = B \cap E_1$ ، $B_2 = B \cap E_2$ ، $C_1 = (A \cap B) \cap E_1$ ، $C_2 = (A \cap B) \cap E_2$ و $D_1 = (A \cup B) \cap E_1$ ، $D_2 = (A \cup B) \cap E_2$.

0.5 ن 1.3.1. تحقق من أن $C_1 = A_1 \cap B_1$ و $D_1 = A_1 \cup B_1$.

0.5 ن 1.3.2. عبر بصيغتين مماثلتين عن C_2 و D_2 بدون برهان.

0.5 ن 2. لتكن $X_1 \subset E_1$ ، $X_2 \subset E_2$ ، $Y_1 \subset E_1$ و $Y_2 \subset E_2$. بين أن: $X_1 \cup X_2 = Y_1 \cup Y_2 \Rightarrow \begin{cases} X_1 = Y_1 \\ X_2 = Y_2 \end{cases}$.

0.5 ن 3. حل في $\mathcal{P}(E)$ المعادلة: $X \cup E_1 = E$.

(1.5 ن) 4. ناقش بحسب الجزئين A و B من المجموعة E حلول المعادلة $X \cup A = B$ في $\mathcal{P}(E)$.