في هذه السلسلة، نعتبر المستوى (P) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB})$ و مرتبط بالدائرة المثلثية (C).

التمرين 1:

نعتبر النقط M و N و P و Q النقط من الدائرة المثلثية ذات الأفاصيل المنحنية $\frac{37\pi}{4}$ و $\frac{43\pi}{3}$ و $\frac{-101\pi}{6}$ و $\frac{-69\pi}{4}$ على التوالي.

1. حدد الأفاصيل المنحنية الرئيسية للنقط M و N و P و Q ومثلها على الدائرة (C).
2. حدد إحداثيات النقط M و N و P و Q.
3. مثل على الدائرة (C) بعد تحديد أفاصيلها المنحنية
   3.1. النقط M' و N' و P'، مماثلات النقط M و N و P بالنسبة لمحور الأفاصيل على التوالي.
   3.2. النقط M'' و N'' و P''، مماثلات النقط M و N و P بالنسبة لمحور الأراتيب على التوالي.
   3.3. النقط M''' و N''' و P'''، مماثلات النقط M و N و P بالنسبة لأصل المعلم على التوالي.

التمرين 2:

ليكن θ عددا حقيقيا من المجال $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ بحيث $\tan\theta=3$.

حدد قيم الأعداد التالية:

1. $\cos\theta$ و $\sin\theta$.
2. $\cos(\theta+\frac{\pi}{3})$ و $\sin(\theta+\frac{\pi}{3})$ و $\tan(\theta+\frac{\pi}{3})$.
3. $\cos 2\theta$ و $\sin 2\theta$ و $\tan 2\theta$.
4. $\cos\frac{\theta}{2}$ و $\sin\frac{\theta}{2}$ و $\tan\frac{\theta}{2}$.

التمرين 3:

ليكن θ عددا حقيقيا من المجال $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ بحيث $\sin\theta=\frac{1}{3}$.

1. حدد $\cos\frac{\theta}{2}+\sin\frac{\theta}{2}$ و $\cos\frac{\theta}{2}-\sin\frac{\theta}{2}$.
2. استنتج $\cos\frac{\theta}{2}$ و $\sin\frac{\theta}{2}$ و $\tan\frac{\theta}{2}$.

التمرين 4:

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة ب: $f(x)=2\sin(3x)+3\cos(2x)$.

1. هل f فردية؟ زوجية؟
2. بين أن 2π هي أحد أدوار الدالة f.
3. حل في $]0;2\pi[$ النظمة: $\begin{cases} f(x)=f(0) \\ f(x+\pi)=f(\pi) \end{cases}$.
4. استنتج أصغر دور موجب قطعا للدالة f.

التمرين 5:

ليكن θ عددا حقيقيا بحيث $\theta\neq k\pi$ مهما يكن العدد النسبي k و المعادلة : $(E): x^2.\sin\theta-2x+\sin\theta=0$ ذات المجهول الحقيقي x.

1. بدون حل المعادلة (E) بالطريقة العادية،
   1.1. بين أنه إذا كان x حلا للمعادلة (E) فان x غير منعدم و $\frac{1}{x}$ هو أيضا حل للمعادلة (E).
   1.2. استنتج قيم θ التي من أجلها تقبل المعادلة (E) حلا وحيدا.
2. حل المعادلة (E) باعتماد المميز معبرا عن الحلين بدلالة $\tan\frac{\theta}{2}$.

التمرين 6:

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة ب: $f(x)=\cos^4 x+\sin^4 x$.

1. أدرس زوجية f.
2. تحقق من أن $\frac{\pi}{2}$ دور للدالة f.
3. حدد P دالة حدودية بحيث $f(x)=P(\cos^2 x)$ مهما يكن x من IR.
4. تحقق من أن $f(x)=1-\frac{\sin^2(2x)}{2}$ مهما يكن x من IR.
5. استنتج حلول المعادلة $f(x)=\frac{1}{2}$ في IR.

التمرين 7:

نعتبر الدوال العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي:

$f(x)=\cos x-\cos(2x)+\cos(3x)-\cos(4x)$

$g(x)=\cos x+\cos(2x)+\cos(3x)+\cos(4x)$

$h(x)=\sin x-\cos(2x)-\sin(3x)+\cos(4x)$

1. حل المعادلة $f(x)=0$ في IR.
2. مثل صور هذه الحلول على الدائرة المثلثية (C).
3. أدرس إشارة f على المجال $[0;\pi]$.
4. استنتج إشارة f على المجال $[-\pi;2\pi]$.
5. قارن بين $f(x+\pi)$ و $g(x)$.
6. استنتج حلول المعادلة $g(x)=0$ في IR.
7. انطلاقا من التعبير المختزل ل $f(x+\frac{\pi}{2})$، حل المعادلة $h(x)=0$ في IR.

التمرين 8:

حل في IR^2 النظمات التالية:

1. $\begin{cases} \sin(3x)=\sin(2y) \\ \cos(x+y)=\cos(y-x) \end{cases}$

2. $\begin{cases} \sin(3x)=\cos(2y) \\ \sin(x+\frac{\pi}{3})=\cos(y-\frac{\pi}{3}) \end{cases}$

3. $\begin{cases} \sin(3x)=\cos(2y) \\ \tan x.\tan y=1 \end{cases}$

التمرين 9:

لتكن A و B و C قياسات زوايا مثلث. بين أن:

1. $\sin A+\sin B+\sin C=4\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}$
2. $\tan A+\tan B+\tan C=\tan A\tan B\tan C$
3. $\sin(2A)+\sin(2B)+\sin(2C)=4\sin A\sin B\sin C$
4. العبارة "$\sin^2 A=\sin^2 B+\sin^2 C$" تكافئ "$ABC$ قائم الزاوية في A".
5. العبارة "$\sin A=\frac{\sin B+\sin C}{\cos B+\cos C}$" تكافئ "$ABC$ قائم الزاوية في A".

التمرين 10:

لكل عدد حقيقي θ و عدد صحيح طبيعي غير منعدم n، نضع:

$S_n(\theta)=\sin\theta+\sin(2\theta)+...+\sin(n\theta)$

و $C_n(\theta)=\cos\theta+\cos(2\theta)+\cos(3\theta)+...+\cos(n\theta)$.

1. بين أنه، إذا كان $((\forall k\in Z):\theta\neq 2k\pi)$ فإن:

$$S_n(\theta)=\frac{\sin(\frac{n}{2}\theta)\sin(\frac{n+1}{2}\theta)}{\sin(\frac{\theta}{2})} \quad .1.1$$

$$C_n(\theta)=\frac{\cos(\frac{n}{2}\theta)\sin(\frac{n+1}{2}\theta)}{\sin(\frac{\theta}{2})} \quad .1.2$$

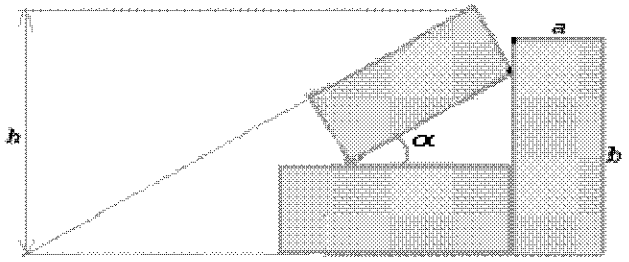
2. أستنتج تعبيرا مماثلا للمجموعين التاليين :

$\sin\theta-\sin(2\theta)+\sin(3\theta)-...+(-1)^{n+1}\sin(n\theta)$ .2.1

$\cos\theta-\cos(2\theta)+\cos(3\theta)-...+(-1)^{n+1}\cos(n\theta)$ .2.2

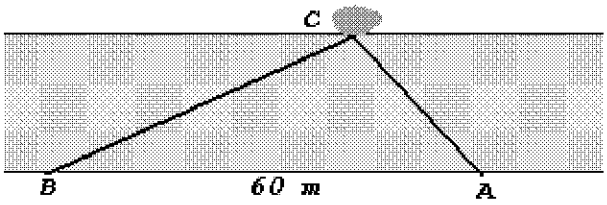
التمرين 11:

حدد الارتفاع h الناتج عن وضع ثلاث نفس آجورات حسب الشكل التالي بدلالة الطول و العرض و الزاوية α :



التمرين 12:

وقف رجل على حافة نهر عند نقطة A فرصد صخرة C على الجهة الأخرى من النهر و وجد الزاوية بين شعاع النظر و المستوى الأفقي تساوي $52°$، و تقدم 60 متر إلى نقطة B و رصد C فوجد الزاوية بين شعاع النظر و المستوى الأفقي تساوي $27°$. فما هو عرض النهر؟



التمرين 13:

وقف رجل عند نقطة A على بعد مسافة من النقطة B قاعدة برج، فرصد نقطة C على قمة هذا البرج و وجد زاوية قياسها α، ثم تقدم نحو نقطة D فرصد النقطة C و وجد زاوية قياسها β (أنظر الشكل).

بين أن علو البرج هو: $h=\frac{\sin\alpha.\sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)}.d$.