التمرين 1:

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة ب :

$$(\forall n\in N^*): u_n=\sqrt{n}-\sqrt{n-1}$$

1. أحسب u_1 و u_2 و u_4 و u_{100}.
2. بين أن :

$$(\forall n\in N^*):\ 0<u_n\leq 1$$

و

$$(\forall n\in N^*):\ \frac{u_{n+1}}{u_n}<1$$

3. أستنتج رتابة المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$.
4. حدد بدلالة n ، $S_n=\sum_{k=1}^{k=n}u_k=u_1+u_2+...+u_n$.

التمرين 2:

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in N}$ المعرفة ب :

$$(\forall n\in N): u_n=\frac{2n+1}{n+1}$$

1. بين أن $(\forall n\in N):\ 0<u_n<2$.
2. أدرس رتابة المتتالية $(u_n)_{n\in N}$.
3. بين أن هناك دالة متخاطة f تحقق :

$$(\forall n\in N): u_{n+1}=f(u_n).$$

التمرين 3:

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة ب :

$$(\forall n\in N^*): u_n=\frac{1}{n(n+1)}$$

1. أدرس رتابة المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$.
2. أستنتج أن $(u_n)_{n\geq 1}$ متتالية محدودة.
3. بين أن هناك عددين حقيقيين ثابتين a و b بحيث:

$$(\forall n\in N^*): \frac{1}{n(n+1)}=\frac{a}{n}+\frac{b}{n+1}.$$

4. أستنتج المجموع $S_n=\sum_{k=1}^{k=n}\frac{1}{k(k+1)}$ بدلالة n.

التمرين 4:

نعتبر θ عددا حقيقيا و المتتالية العددية $(u_n)_{n\in N}$ المعرفة ب :

$$(\forall n\in N): u_n=\cos(n\theta)$$

1. بين أن $\frac{\theta}{\pi}\in Q$ هو الشرط اللازم و الكافي لكي تكون $(u_n)_{n\in N}$ متتالية دورية.
2. نفترض أن $\theta=\frac{\pi}{3}$ و نضع $S_n=\sum_{k=0}^{k=n}u_k$.
   - أحسب S_k لكل k من $\{0;1;2;3;4;5\}$.
   - بين أن المتتالية $(S_n)_{n\in N}$ دورية دورها 6.

التمرين 5:

أوجد x و y و z ثلاثة أعدد حقيقية تكون على هذا الترتيب ، متتالية حسابية تزايدية بحيث : $\begin{cases}x+y+z=12\\ xyz=28\end{cases}$.

التمرين 6:

أوجد x و y و z ثلاثة أعدد حقيقية تكون على هذا الترتيب ، متتالية هندسية تناقصية بحيث : $\begin{cases}x+y+z=42\\ xyz=512\end{cases}$.

التمرين 7:

أكتب بدلالة n ، الحد العام للمتتالية الحسابية $(u_n)_{n\in N}$ بحيث :

$$\begin{cases}u_0+u_1+u_2+u_3=15\\ u_0-u_1+u_2-u_3=5\end{cases}.$$

نفس السؤال في حالة $(u_n)_{n\in N}$ متتالية هندسية.

التمرين 8:

نعتبر المتتاليات العددية $(u_n)_{n\in N}$ و $(v_n)_{n\in N}$ و $(w_n)_{n\in N}$ المعرفة ب :

$$(\forall n\in N):\begin{cases}u_n=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-...+\frac{(-1)^n}{n+1}\\ v_n=u_{2n}\\ w_n=u_{2n+1}\end{cases}$$

1. أحسب v_0 و v_1 و w_0 و w_1.
2. بين أن : $(\forall n\in N): w_n<v_n$.
3. أدرس رتابة المتتاليتين $(v_n)_{n\in N}$ و $(w_n)_{n\in N}$.
4. أستنتج أن : $(\forall n\in N):\frac{1}{2}<u_n<1$.

التمرين 9:

نعتبر α عددا حقيقيا و المتتالية العددية $(u_n)_{n\in N}$ المعرفة ب :

$$\begin{cases} u_0 = \alpha \\ (\forall n\in N): u_{n+1} = \dfrac{u_n - 3}{2} \end{cases}$$

1. حدد قيمة α التي من أجلها تكون المتتالية $(u_n)_{n\in N}$ ثابتة.
2. في حالة $\alpha > -3$:
   2.1. بين أن $(\forall n\in N): u_n > -3$.
   2.2. أستنتج رتابة $(u_n)_{n\in N}$.
3. أدرس رتابة $(u_n)_{n\in N}$ في حالة $\alpha < -3$.
4. لكل مدد n ، نضع : $\begin{cases} v_n = 2^n . u_n \\ w_n = v_{n+1} - v_n \end{cases}$
   4.1. حدد طبيعة المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$.
   4.2. أحسب بدلالة n المجموع :
   $$w_0 + w_1 + \ldots + w_n$$
   4.3. أستنتج v_n ثم u_n بدلالة n و α.

التمرين 10:

ليكن t و m عددين حقيقيين موجبين قطعا و المتتالية العددية $(u_n)_{n\in N}$ المعرفة ب :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \text{ و } u_{60} = 0 \\ (\forall n\in N): u_{n+1} = (1+t)u_n - m \end{cases}$$

1. حدد قيمة العدد الحقيقي h بدلالة t و m لكي تكون المتتالية $(u_n + h)_{n\in N}$ هندسية.
2. أكتب الحد العام u_n بدلالة n و t و m .
3. استنتج m بدلالة t .

التمرين 11:

لتكن المتتالية العددية $(u_n)_{n\in N}$ المعرفة ب :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ (\forall n\in N): u_{n+1} = \dfrac{9}{6 - u_n} \end{cases}$$

1. بين أن : $(\forall n\in N): 1 \leq u_n < 3$.
2. استنتج رتابة $(u_n)_{n\in N}$.
3. لكل مدد n ، نضع : $v_n = \dfrac{1}{3 - u_n}$.
   3.1. اختزل قيمة $v_{n+1} - v_n$.
   3.2. أكتب إذن v_n بدلالة n .
4. أستنتج u_n بدلالة n .

التمرين 12:

لتكن المتتالية العددية $(u_n)_{n\in N}$ المعرفة ب :

$$\begin{cases} u_0 = \dfrac{3}{2} \\ (\forall n\in N): u_{n+1} = \dfrac{6 - u_n}{4 - u_n} \end{cases}$$

1. بين أن : $(\forall n\in N): 2 \leq u_n < 3$.
2. استنتج رتابة $(u_n)_{n\in N}$.
3. لكل مدد n ، نضع : $v_n = \dfrac{2 - u_n}{3 - u_n}$.
   3.1. ما هي طبيعة المتتالية $(v_n)_{n\in N}$ ؟
   3.2. أكتب إذن v_n بدلالة n .
4. أستنتج u_n بدلالة n .

التمرين 13:

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in N}$ المعرفة ب :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \text{ و } u_1 = -2 \\ (\forall n\in N): u_{n+2} - 6u_{n+1} + 9u_n = 0 \end{cases}$$

1. أحسب u_2 و u_3 .
2. حدد قيمة العدد الحقيقي غير المنعدم q التي من أجلها تكون المتتالية $(q^n . u_n)_{n\in N}$ حسابية.
3. أستنتج u_n بدلالة n .

التمرين 14:

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in N}$ المعرفة ب :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \text{ و } u_1 = 1 \\ (\forall n\in N): u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n \end{cases}$$

1. أحسب u_2 و u_3 .
2. بين أن هناك عدد حقيقي ثابت h يكون من أجله $v_n = 2^{-n} . u_n + h$ حدا لمتتالية هندسية.
3. أستنتج u_n بدلالة n .