الترتيب في المجموعة $\mathbb{R}$

التمرين 1

نضع : $A=\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}}$

و $B=\sqrt{9-4\sqrt{5}}-\sqrt{9+4\sqrt{5}}$

1. تحقق أن A سالب ثم بين أن $A=-\sqrt{2}$
2. احسب B^2 ثم استنتج كتابة مبسطة لـــ B

التمرين 2

a و b عددان حقيقيان حيث :

$|a-2|<1$ و $-1<b<0$

1. تحقق أن : $1<a<3$
2. أطر $a+b$ و $a.b$
3. حدد إشارة $a+b-\sqrt{a^2+b^2}$

التمرين 3 (السؤالان 1 و 2 مستقلان)

1. $x\in\mathbb{R}$ حيث $-2<x<1$

نضع $A=x^2+4x$. بين أن $|A|<8$

2. a و b عددان حقيقيان حيث :

$|a|<\frac{1}{2}$ و $|b-2|<\frac{1}{2}$

بين أن : $1<\frac{2b}{b-a}<5$

التمرين 4

$(x,y)\in\mathbb{R}^2$ حيث $x\geq 1$ و $y\leq 1$ و $x-y=3$

1. احسب قيمة E حيث : $E=\sqrt{(2x-1)^2}+\sqrt{(2y-2)^2}$
2. أ - تحقق أن : $\frac{1}{2}\leq x\leq 4$ و $\frac{-5}{2}\leq y\leq 1$

ب - احسب قيمة F حيث : $F=|x+y-5|+|x+y+2|$

التمرين 5

a و b و c أعداد حقيقية موجبة قطعا

1. قارن $\frac{ab}{5a+b}$ و $\frac{5a+b}{20}$
2. استنتج أن : $\frac{ab}{5a+b}+\frac{bc}{5b+c}+\frac{ac}{5c+a}\leq\frac{3}{10}(a+b+c)$

التمرين 6

1. a و b عددان حقيقيان موجبان قطعا حيث : $a^2+b^2=2$

أ - بين أن $(a+b)^2=2(1+ab)$.

ب - استنتج أن : $a+b>\sqrt{2}$

2. α و β عددان حقيقيان غير منعدمان :

بين أن : $\frac{\alpha^2}{\beta^2}+\frac{\beta^2}{\alpha^2}+3>2\left(\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}\right)$

التمرين 7

a و b عددان حقيقيان موجبان قطعا حيث :

$a<3$ و $b<\frac{1}{2}$ و $ab=1$

1. بين أن : $2<a<3$ و $\frac{1}{3}<b<\frac{1}{2}$
2. بين أن : $\frac{3}{7}<\frac{1}{a-2b}<1$
3. تحقق أن : $\frac{5}{7}$ قيمة مقربة للعدد $\frac{1}{a-2b}$ بالدقة $\frac{2}{7}$

التمرين 8

a و b و c أعداد حقيقية.

نضع $A=a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc$

1. بين أن : $2A=(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2$
2. استنتج أن : $ab++bc+ca\leq a^2+b^2+c^2$

التمرين 9

a عدد حقيقي موجب قطعا.

1. بين أن : $1+a+\sqrt{1+2a}>2$
2. أ - تحقق أن : $\sqrt{1+2a}-(1+a)=\frac{-a^2}{\sqrt{1+2a}+(1+a)}$

ب - استنتج أن : $\frac{-a^2}{2}<\sqrt{1+2a}-(1+a)<0$

ج - استنتج تأطيرا للعدد $\sqrt{1,4}$ سعته 0.02

التمرين 10

a و b عددان حقيقيان حيث

$0.75<a<0.80$ و $\frac{-1}{2}<b<\frac{1}{4}$

1. أطر $-4b+5$ و $1-a$
2. بين أن : $\frac{1}{35}<\frac{1-a}{-4b+5}<\frac{1}{16}$
3. بين أن $\frac{31}{24}$ تقريب للعدد $\frac{1}{a}$ بالدقة 0.05

التمرين 11

1. $x\in\mathbb{R}$ بين أن : $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}-1=\frac{-x^2}{\sqrt{1+x^2}+1+x^2}$
2. استنتج أن : $\left|\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}-1\right|\leq\frac{1}{2}x^2$
3. أوجد قيمة مقربة للعدد $\frac{1}{\sqrt{1.0004}}$ بالدقة 2.10^{-4}