سلسلة تمارين

الحدوديات

التمرين 1

حدد الأعداد الحقيقية m و n و p بحيث لكل عدد حقيقي x :

$$mx^2+3x-p=nx+4$$

التمرين 2

P و Q و R حدوديات درجاتها على التوالي 1 و 2 و 5.

حدد درجة الحدودية : $P\times Q\times R$

التمرين 3

P حدودية غير منعدمة حيث $\deg(P)=n$

حدد بدلالة n درجة كل حدودية من الحدوديات التالية :

1. $P(x)\times P(x)$
2. $\left(2x^3-x^2+1\right)P(x)$
3. $k\times P(x)$ حيث k عدد حقيقي غير منعدم
4. $\underbrace{P(x)\times P(x)\times....\times P(x)}_{\text{مـــــرة}}$

التمرين 4

1. أوجد حدودية P غير منعدمة تقبل ثلاث جذور فقط 1 و 2 و 3 ثم حدد درجتها.

التمرين 5

حدد حدودية P غير منعدمة معاملاتها أعداد صحيحة نسبية بحيث يكون العدد α جذرا لها في الحالات التالية :

1. $\alpha=\dfrac{3}{11}$
2. $\alpha=\sqrt{7}$
3. $\alpha=\sqrt{2}+\sqrt{3}$

التمرين 6

برهن أن العدد α جذر للحدودية :

$P(x)=x^3-\left(3+\alpha\right)x^2+\left(2+3\alpha\right)x-2\alpha$ ثم عملها

التمرين 7

نعتبر الحدودية : $P(x)=x^3+mx^2+2m\left(2-m\right)x-4$

حيث m عدد حقيقي

1. حدد قيمة m التي من أجلها $P(x)$ تقبل القسمة على $x-m$
2. في الحالة التي يكون فيها m موجبا عمل $P(x)$

التمرين 8

نعتبر الحدودية : $P(x)=\left(x-2\right)^{3n}+\left(x-1\right)^{2n}-1$; $n\in\mathbb{N}^*$

1. أثبت أنه توجد حدودية Q بحيث : $P(x)=\left(x-2\right)Q(x)$
(ليس المطلوب تحديد صيغتها)
2. حدد درجة الحدودية Q
3. احسب $P(1)$ بدلالة n
4. حدد قيم n التي من أجلها $P(x)$ قابلة للقسمة على $\left(x-1\right)$

التمرين 9

نعتبر الحدودية : $P(x)=x^3-\left(a+1\right)x^2+\left(a-2\right)x+2a$

1. بدون حساب, حدد قيمة a لكي يكون 0 جذرا للحدودية P
2. حدد باقي القسمة الإقليدية لـ P على $\left(x-1\right)$
3. حدد قيمة a لكي يكون 1 جذرا للحدودية P
4. نأخذ : $a=1$
   a. بين أن $P(x)$ تقبل القسمة على $\left(x-2\right)$
   b. عمل $P(x)$
   c. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$

التمرين 10

نعتبر الحدودية : $P(x)=2x^4-5x^3+6x^2-5x+2$

ليكن α جذرا للحدودية P.

1. بين أن $\alpha\neq 0$
2. بين أن $\dfrac{1}{\alpha}$ جذر للحدودية P.
3. أثبت أن 1 جذر للحدودية P.
4. عمل $P(x)$

التمرين 11

نعتبر الحدودية $P(x)=x^3-15x-4$

1. أ- تحقق أن 4 جذر للحدودية $P(x)$
   ب - حدد حدودية Q حيث $P(x)=\left(x-4\right)Q(x)$
2. عمل الحدودية $Q(x)$
3. استنتج حل المعادلة $P(x)=0$

التمرين 12

Soit l'équation (E) : $x^4-4x^3+2x^2-4x+1=0$.

1. Vérifier que 0 n'est pas solution de (E).
2. Démontrer que si a est une solution de (E) alors $\dfrac{1}{a}$ est solution de (E).
3. Montrer que l'équation (E) est équivalente à l'équation : (E') : $x^2-4x+2-\dfrac{4}{x}+\dfrac{1}{x^2}=0$.
4. Calculer $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2$.
5. On pose $t=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)$. Montrer que l'équation (E') se ramène à une équation du second degré.
6. Résoudre (E).