الرياضيات
الجذع المشترك العلمي و التكنولوجي
ذ. الزبير
2012 - 2013

# المعادلات و المتراجحات من الدرجة الثانية بمجهول واحد

**التمرين 1**

1. أ - انشر $\left(\sqrt{3}-1\right)^2$

ب - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\sqrt{3}x^2+\left(1+\sqrt{3}\right)x+1=0$

2. أ - بين أن : $\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

ب - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $2x^2-\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)x+\frac{\sqrt{6}}{2}=0$

3. أ - بين أن : $\sqrt{\frac{4+2\sqrt{3}}{4}}=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

ب - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $X^2+\frac{\sqrt{3}-1}{2}X-\frac{\sqrt{3}}{4}=0$

**التمرين 2**

نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة : $x^2-3x-\sqrt{3}=0$

1. تحقق أن للمعادلة حلين مختلفين $\alpha$ و $\beta$ دون تحديدهما.
2. احسب ما يلي : $\alpha+\beta$ ؛ $\alpha\beta$ ؛ $\alpha^2\beta+\alpha\beta^2$

$\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}$ ؛ $\alpha^2+\beta^2$ ؛ $\alpha^3+\beta^3$

**التمرين 3**

باستعمال المميز المختصر حل المعادلات التالية :

$8x^2-10x+3=0$ ؛ $x^2-4x-1=0$

$100x^2+140x+49=0$ ؛ $x^2-22x-23=0$

$x^2-2\sqrt{5}x+7=0$

**التمرين 4**

نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة : $(E): x^2-x-500=0$

1. بدون حساب $\Delta$ بين ان المعادلة $(E)$ تقبل حلين مختلفين ثم حل المعادلة.
2. ليكن $x$ و $y$ عددين حقيقيين , تحقق أن

$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$

3. استنتج قيمة العدد : $A=\left(\frac{1+\sqrt{2013}}{2}\right)^3+\left(\frac{1-\sqrt{2013}}{2}\right)^3$

**التمرين 5**

1. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $3x^2-x-4\geq 0$
2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $15x^2-7x-2=0$
3. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $15x^3-7x^2-2x<0$

**التمرين 6**

نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة : $(E): x^2-5x+6+m=0$

حيث $m$ بارامتر حقيقي.

1. حل المعادلة (E) في حالة $m=0$
2. أ - حدد قيم $m$ التي من أجلها يكون للمعادلة (E) حلين مختلفين غير منعدمين $x_1$ و $x_2$

ب - احسب بدلالة $m$ $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}$

**التمرين 7**

1. ادرس إشارة كل من الحدوديتين : $x^2-5x+4$ و $x^2-4x+3$

ثم استنتج مجموعة حلول المتراجحة

$\left(x^2-5x+4\right)\left(x^2-4x+3\right)\leq 0$

2. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة :

$\left(x^2-9x+14\right)\left(x^2-7x+6\right)\leq 0$

**التمرين 8**

نعتبر الحدودية : $P(x)=6x^3+x^2-4x+1$

1. احسب $P(-1)$
2. حدد الحدودية $Q(x)$ بحيث $P(x)=(x+1)Q(x)$
3. أ - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $Q(x)=0$

ب - استنتج مجموعة حلول المتراجحة : $P(x)<0$

**التمرين 9**

1. أ - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $x^2-4x-5=0$

ب - حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $2x+6>(x-1)^2$

2. أ - نعتبر الحدودية $P(x)$ بحيث :

$P(x)=x^3-8x^2+11x+20$

تحقق أن $-1$ جذر للحدودية $P(x)$

ب - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$

ج - استنتج حل المعادلة : $x^6-8x^4+11x^2+20=0$

3. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $P(x)>0$

**التمرين 10**

1. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $2x^2-5mx-3m^2=0$ حيث $m$ بارامتر حقيقي.
2. حدد حسب قيم $m$ مجموعة حلول المتراجحة :

$2x^2-5mx-3m^2\geq 0$

3. ليكن $\alpha$ و $\beta$ حلي المعادلة. أوجد قيم m حيث

$\alpha+\alpha\beta+\beta=-1$