الرياضيات
الجذع المشترك العلمي و التكنولوجي
2012 - 2013
ذ. الزبير بن

الحساب المثلثي

(1)

التمرين 1

1. حدد الأفصول المنحني الرئيسي لكل نقطة مما يلي و مثلها على دائرة مثلثية :

$$A\left(\frac{25\pi}{6}\right)\ ;\ B\left(\frac{504\pi}{3}\right)\ ;\ C\left(\frac{-99\pi}{4}\right)\ ;$$
$$D\left(\frac{-277\pi}{6}\right)\ ;\ F\left(\frac{-2013\pi}{4}\right)\ ;$$

2. هل x و y أفصولان منحنيان لنفس النقطة على الدائرة المثلثية في كل حالة مما يلي :

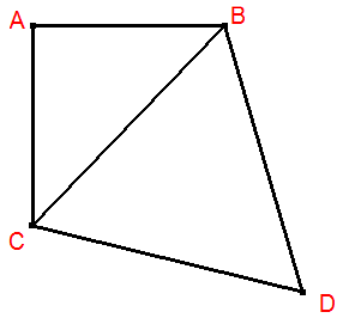
- $x=\frac{45\pi}{4}$ و $y=-\frac{3\pi}{4}$
- $x=-\frac{123\pi}{45}$ و $y=-\frac{337\pi}{5}$
- $x=-\frac{176\pi}{7}$ و $y=\frac{13\pi}{7}$

التمرين 3

مثل على الدائرة المثلثية النقط M_k التي أفاصيلها المنحنية هي الأعداد : $x_k=\frac{\pi}{3}+k\frac{\pi}{2}$ ثم $y_k=\frac{\pi}{3}+k\frac{\pi}{4}$

التمرين 4

نعتبر الشكل التالي :



إعط القياس الرئيسي لكل من الزوايا التالية :

$\left(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DB}\right)$ ؛ $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)$ ؛ $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BD}\right)$ ؛ $\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{BD}\right)$

التمرين 5

(C) دائرة مثلثية أصلها I مرتبطة بالمعلم المتعامد الممنظم المباشر $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$.

$A\left(\frac{\pi}{4}\right)$ و $B\left(\frac{\pi}{8}\right)$ نقطتان من الدائرة (C)

1. مثل A و B
2. أ - بين أن $\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$ مستقيميتان

ب - استنتج أن $\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{8}=\left(2+\sqrt{2}\right)\sin\frac{\pi}{8}$

3. احسب $\cos\frac{\pi}{8}$ و $\sin\frac{\pi}{8}$

التمرين 6

ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث $BC=5cm$ و $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)=\frac{\pi}{8}$

1. ارسم ABC
2. H المسقط العمودي لـ A على (BC) و o منتصف $[BC]$

أ - احسب بالراديان القياسان : $\left(\overrightarrow{AH},\overrightarrow{AO}\right)$ و $\left(\overrightarrow{OH},\overrightarrow{OH}\right)$

ب - استنتج القيم المضبوطة لكل من : OH و AB و AC

3. حدد قيم كل من $\sin\frac{\pi}{8}$ و $\cos\frac{3\pi}{8}$ و $\tan\frac{9\pi}{8}$

التمرين 7

1. $\alpha\in\mathbb{R}$ حيث $\sin\alpha=\frac{2}{5}$ احسب : $\cos\left(\alpha+\frac{5\pi}{2}\right)$

$\cos(79\pi-\alpha)$ ؛ $\cos\left(\frac{17\pi}{2}-\alpha\right)$ ؛ $\sin(\alpha+3\pi)$

2. $\beta\in\mathbb{R}$ حيث $-\frac{\pi}{2}<\beta<0$ و $\cos\beta=\frac{\sqrt{5}}{3}$

أ - احسب $\sin\beta$ ثم $\tan\beta$

ب - احسب : $\cos(23\pi-\beta)$ و $\sin\left(\beta-\frac{173\pi}{2}\right)$

ج - احسب : $\tan\left(\frac{7\pi}{2}+\beta\right)$ و $\tan(\beta-13\pi)$

التمرين 8

احسب ما يلي :

$$A=\cos\left(\frac{\pi}{7}\right)+\cos\left(\frac{2\pi}{7}\right)+\cos\left(\frac{5\pi}{7}\right)+\cos\left(\frac{6\pi}{7}\right)$$
$$B=\tan\left(\frac{\pi}{5}\right)+\tan\left(\frac{2\pi}{5}\right)+\tan\left(\frac{3\pi}{5}\right)+\tan\left(\frac{4\pi}{5}\right)$$
$$C=\sin\left(\frac{11\pi}{26}\right)+\sin\left(\frac{3\pi}{26}\right)+\cos\left(\frac{12\pi}{13}\right)+\cos\left(\frac{8\pi}{13}\right)$$
$$D=\sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right)+\sin^2\left(\frac{3\pi}{8}\right)+\sin^2\left(\frac{5\pi}{8}\right)+\sin^2\left(\frac{7\pi}{8}\right)$$
$$E=\cos^2\left(\frac{\pi}{10}\right)+\cos^2\left(\frac{2\pi}{10}\right)+\cos^2\left(\frac{3\pi}{10}\right)+\cos^2\left(\frac{4\pi}{10}\right)$$

التمرين 9

نضع : $P(x)=(\cos x+\sin x)^2-(\cos x-\sin x)^2$

1. بين أن : $P(x)=4\cos x.\sin x$
2. احسب : $P\left(\frac{\pi}{6}\right)$ و $P\left(\frac{\pi}{4}\right)$ و $P\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

الحساب المثلثي
(2)

التمرين 10
احسب ما يلي :

$\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ ؛ $\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$ ؛ $\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$ ؛ $\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$

$\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)$ ؛ $\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ ؛ $\cos\left(\frac{25\pi}{4}\right)$ ؛ $\sin\left(\frac{17\pi}{6}\right)$

$\tan\left(\frac{4\pi}{3}\right)$ ؛ $\tan\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ ؛ $\tan\left(-\frac{57\pi}{6}\right)$

$\cos\left(\frac{2005\pi}{3}\right)$ ؛ $\sin\left(\frac{2006\pi}{4}\right)$ ؛ $\tan\left(\frac{2006\pi}{2}\right)$

التمرين 11
حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

1) $\cos x = -\frac{1}{2}$ ؛ 2) $\cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

3) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ؛ 4) $\sin x = -\frac{1}{2}$

5) $\tan x = \sqrt{3}$ ؛ 6) $\tan x = -1$

7) $2\cos^2 x - 1 = 0$ ؛ 8) $4\sin^2 x - 3 = 0$

التمرين 12
حل في المجال I المتراجحات التالية :

1. $\cos x \le \frac{1}{2}$ ؛ $I = [0, 2\pi]$
2. $2\cos x + \sqrt{3} \ge 0$ ؛ $I = [-\pi, \pi]$
3. $\sin x \ge \frac{\sqrt{2}}{2}$ ؛ $I = [0, 2\pi]$
4. $2\sin x + 1 < 0$ ؛ $I = [-\pi, \pi]$
5. $\tan x \ge \sqrt{3}$ ؛ $I = [0, 2\pi]$
6. $\tan x + 1 < 0$ ؛ $I = [-\pi, \pi]$

التمرين 13
حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

1) $\cos x = \cos\frac{\pi}{7}$ ؛ 2) $\sin x = \sin\frac{\pi}{8}$

3) $\cos x = -\cos\frac{\pi}{7}$ ؛ 4) $\sin x = -\sin\frac{\pi}{8}$

5) $\tan x = \tan\frac{\pi}{12}$ ؛ 6) $\tan x = -\tan\frac{\pi}{5}$

7) $\sin x = \sin 2x$ ؛ 8) $\cos 2x = \sin x$

9) $\tan x = \tan 2x$ ؛ 10) $\tan 2x = \frac{1}{\tan x}$

التمرين 14
1. **حل في المجال $]0, \pi[$ المتراجحات التالية :**
   - $\sin x . \cos x \ge 0$ ●
   - $2\sin^2 x + \sin x \le 0$ ●
   - $2\cos^2 x - \cos x < 0$ ●
2. **حل في المجال $]-\pi, \pi[$:**
   - $\left(1 - \sqrt{2}\cos x\right)\sin x = 0$ ●
   - $\left(1 - \sqrt{2}\cos x\right)\sin x < 0$ ●
3. **حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :**
   - $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ ●
   - $\cos^2 x - 3\cos x + 2 = 0$ ●
   - $\sqrt{3}\tan^2 x + \left(\sqrt{3}+1\right)\tan x - 1 = 0$ ●
   - $2\cos^2 x - \sqrt{2}\cos x = 0$ ●

التمرين 15
علما أن $\cos\frac{2\pi}{5} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$:

1. **احسب القيمة المضبوطة للعدد :** $\sin\frac{2\pi}{5}$
2. **استنتج القيم المضبوطة للأعداد :**

$\sin\left(-\frac{2\pi}{5}\right)$ و $\cos\frac{3\pi}{5}$ و $\sin\frac{7\pi}{5}$ و $\cos\frac{\pi}{10}$ و $\sin\frac{9\pi}{10}$

التمرين 16
1. **بين أن لكل x من $\mathbb{R}$:**

$$2\sin^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - \cos(x + 5\pi) - 1 = (\cos x + 1)(2\cos x - 1)$$

2. **حل في المجال $]-\pi, \pi[$ المعادلة :**

$$2\sin^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - \cos(x + 5\pi) - 1 = 0$$

3. **مثل حلول هذه المعادلة على الدائرة المثلثية المزودة بمعلم متعامد ممنظم $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$**
4. **لتكن M_1 و M_2 و M_3 النقط المحصل عليها بين أن المثلث $M_1M_2M_3$ متساوي الأضلاع**