تمرين 1

1)- أتمم باستعمال الرمز المناسب:

$\frac{\sqrt{2}}{3} \ldots \mathbb{Q}$ $\frac{1}{3} \ldots \mathbb{D}$ $3,5 \ldots \mathbb{Z}$ $10 \ldots \mathbb{N}$

$\pi \ldots \mathbb{Q}$ $\sqrt{49} \ldots \mathbb{N}$ $\frac{93}{125} \ldots \mathbb{D}$ $\frac{2\pi}{3} \ldots \mathbb{R}$

$\mathbb{R} \ldots \mathbb{N}$ $\mathbb{N} \ldots \mathbb{D}$ $0 \ldots \mathbb{R}$ $\frac{-\sqrt{12}}{\sqrt{3}} \ldots \mathbb{Z}$

$\mathbb{D} \ldots \mathbb{R}$ $\mathbb{R} \ldots \mathbb{Z}$ $\mathbb{Z} \ldots \mathbb{Q}$

2)- نقترح الأعداد التالية:

10^{-3}؛ -10^{3}؛ 3587؛ 4×10^{-2}؛ π؛ $-\frac{3}{100}$؛ $-\frac{22}{7}$؛

$3,14$؛ $\sqrt{2}$؛ $\sqrt{0,25}$؛ $\frac{1}{3}$؛ $-\frac{21}{6}$؛ $\sqrt{\sqrt{16}}$؛ 0.

أ)- استخرج الأعداد العشرية.

ب)- استخرج الأعداد الجذرية غير العشرية.

ج)- استخرج الأعداد اللاجذرية.

تمرين 2

نعتبر العدد التالي: $N=\frac{6^{15}\times25^{7}}{3^{7}\times9^{4}}$.

1)- اكتب العدد N على شكل $2^{n}\times5^{m}$، حيث n و m عددان صحيحان طبيعيان.

2)- حدد عدد الأصفار التي ينتهي بها العدد N.

3)- أوجد الكتابة العلمية للعدد N.

تمرين 3

نعتبر العدد التالي: $A=\sqrt{2-\sqrt{3}}-\sqrt{2+\sqrt{3}}$.

1)- حدد إشارة A.

2)- بين أن: $A^2\in\mathbb{N}$.

3)- استنتج القيمة المبسطة للعدد A.

تمرين 4

1)- بسط التعبيرين التاليين:

$\left(2+\sqrt{2}\right)^3$ و $\left(\sqrt{5}-3\sqrt{2}\right)^3$.

2)- عمل أكثر ما يمكن التعبيرين التاليين:

x^6-1 و x^6+1.

3)- بين أن: $\left(9+\sqrt{5}\right)^3+\left(9-\sqrt{5}\right)^3=12^3$.

تمرين 5

a و b عددان حقيقيان، بحيث:

$a+b=1$ و $a^2+b^2=2$.

حدد قيمة كل من ab و a^3+b^3.

تمرين 6

a و b عددان حقيقيان موجبان.

أثبت أن:

$$a\sqrt{a}-b\sqrt{b}=\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(a+b+\sqrt{ab}\right)$$

و $a\sqrt{a}+b\sqrt{b}=\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(a+b-\sqrt{ab}\right)$.

تمرين 7

a و b عددان حقيقيان غير منعدمان.

نضع: $E=\frac{a^{-2}b^{-3}\left(ab^2\right)^3+a^3b}{a^2+b^2}$.

1)- بسط صيغة E.

2)- اكتب E كتابة علمية، في حالة $a=10000$ و $b=0,04$.

تمرين 8

a و b و c ثلاث أعداد حقيقية.

بين أن:

$$(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3=3(a-b)(b-c)(c-a)$$

تمرين 9

n عدد صحيح طبيعي.

بين أن: $\frac{\left(8^{n+1}+8^{n}\right)^2}{\left(4^{n}-4^{n-1}\right)^3}\in\mathbb{N}$.

تمرين 10

حدد ثلاث أعداد صحيحة طبيعية n و m و p، حيث:

$3240=2^{n}\times3^{m}\times5^{p}$.

تمرين 11

1)- اذكر عددا حقيقيا r، حيث: $r\notin\mathbb{Q}$ و $r^2\in\mathbb{Q}$.

2)- اذكر عددين حقيقيين a و b، حيث:

$a\notin\mathbb{Q}$ و $b\notin\mathbb{Q}$ و $a+b\in\mathbb{Q}$.

3)- اذكر عددين حقيقيين x و y، حيث:

$x\notin\mathbb{Q}$ و $y\notin\mathbb{Q}$ و $xy\in\mathbb{Q}$.

تمرين 12

a و b عددان حقيقيان موجبان حيث: $b>1$.

تحقق أن: $\sqrt{a}.\frac{\sqrt{1+\frac{2b}{1+b^2}}+\sqrt{1-\frac{2b}{1+b^2}}}{\sqrt{a+\frac{2ab}{1+b^2}}-\sqrt{a-\frac{2ab}{1+b^2}}}=b$.

تمرين 13

بين أن: $1+\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}$ (نقبل أن: $\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}$).

تمرين 14

a و b عددان حقيقيان موجبان قطعا حيث:

$\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}=\sqrt{5}$.

1)- بين أن: $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=3$.

2)- احسب $\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}$ و $\frac{a^3}{b^3}+\frac{b^3}{a^3}$.

تمرين 15

a و b عددان حقيقيان موجبان حيث: $a\geq b$.

بين أن:

$\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b}=\sqrt{2}.\sqrt{a+\sqrt{a^2-b^2}}$.

تمرين 16

بين أن: $\sqrt{2\sqrt{\frac{5\sqrt{2}-7}{5\sqrt{2}+7}}+5\sqrt{\frac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}}}\in\mathbb{N}$.

تمرين 17

a و b عددان حقيقيان غير منعدمان بحيث:

$a^2+b^2=6ab$.

1)- بين أن للعددين a و b نفس الإشارة.

2)- حدد قيمة $\frac{a+b}{a-b}$.

تمرين 18

x عدد حقيقي بحيث: $\sqrt{x+23}+\sqrt{x}=46$.

حدد القيمة العددية للتعبير $\sqrt{x+23}-\sqrt{x}$ (دون تحديد قيمة x).

تمرين 19

x عدد حقيقي بحيث x^7 و x^{12} عددان جذريان.

بين أن: $x\in\mathbb{Q}$.

تمرين 20

a و b عددان صحيحان طبيعيان غير منعدمان بحيث:

$a^a=b$ و $b^b=a$.

بين أن: $a=b=1$.

تمرين 21

x و y و z ثلاث أعداد حقيقية حيث: $xyz=1$.

بين أن:

$\frac{x}{xy+x+1}+\frac{y}{yz+y+1}+\frac{z}{zx+z+1}=1$.