تمرين 1

a و b و m أعداد حقيقية موجبة بحيث: $a>b$.
قارن التعبيرين A و B، في الحالتين التاليتين:

1)- $A=\dfrac{1}{(a+2)(a+5)}$ و $B=\dfrac{1}{(a+3)(a+4)}$.

2)- $A=\sqrt{a+m}-\sqrt{a}$ و $B=\sqrt{b+m}-\sqrt{b}$.

تمرين 2

رتب تزايديا الأعداد 2^{100} و 3^{75} و 5^{50}.

تمرين 3

ليكن a و b عددين حقيقيين بحيث: $a\geq 2$ و $b\geq 2$.
نضع $x=\sqrt{a}+\sqrt{b}$ و $y=\sqrt{ab}+1$.

1)- بين أن: $x^2-y^2=(a-1)(1-b)$.

2)- قارن x^2 و y^2.

3)- **تطبيق:** قارن العددين $\sqrt{3}+\sqrt{2}-1$ و $\sqrt{6}$.

تمرين 4

نعتبر العددين a و b حيث:
$a=2\sqrt{5}-3\sqrt{2}$ و $b=\sqrt{39-12\sqrt{10}}$.

1)- بين أن: $a\geq 0$.

2)- احسب a^2 و b^2، ثم قارن العددين a و b.

تمرين 5

a عدد حقيقي بحيث : $a\geq 1$.
بين أن: $a^2\geq a$.

تمرين 6

x و y عددان حقيقيان بحيث: $x>1$ و $y>1$.
بين أن: $x+y<2xy$.

تمرين 7

a و b عددان حقيقيان موجبان قطعا حيث : $a^2+b^2=2$.
بين أن $(a+b)^2=2(1+ab)$، ثم استنتج أن: $a+b>\sqrt{2}$.

تمرين 8

n عدد صحيح طبيعي غير منعدم.
بين أن: $\dfrac{1}{3n-1}+\dfrac{1}{3n}+\dfrac{1}{3n+1}>\dfrac{1}{n}$.

تمرين 9

n عدد صحيح طبيعي أكبر قطعا من 1.

1)- بسط المجموع التالي:
$\dfrac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\ldots+\dfrac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}}$.

2)- استنتج أن: $\dfrac{1}{\sqrt{1}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\ldots+\dfrac{1}{\sqrt{n}}>\sqrt{n}$.

تمرين 10

ليكن a و b عددين حقيقيين.
بين ما يلي:
$a^2+b^2\geq 2ab$; $(a+b)^2\geq 4ab$; $\left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2\leq\dfrac{a^2+b^2}{2}$.

تمرين 11

x و y عددان حقيقيان موجبان قطعا.
بين أن: $\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}\geq 2$ و $x+y\geq 2\sqrt{xy}$.

تمرين 12

a و b و c أعداد حقيقية موجبة.
بين أن: $(a+b)(b+c)(c+a)\geq 8abc$.

تمرين 13

a و b و c أعداد حقيقية.
نضع $A=a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc$.

1)- بين أن: $2A=(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2$.

2)- استنتج أن: $ab+bc+ca\leq a^2+b^2+c^2$.

تمرين 14

n عدد صحيح طبيعي.

1)- بين أن: $\dfrac{n}{n+1}<\dfrac{n+1}{n+2}$.

2)- نعتبر العددين: $A=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{4}\times\dfrac{5}{6}\times\cdots\times\dfrac{97}{98}\times\dfrac{99}{100}$

و $B=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{4}{5}\times\dfrac{6}{7}\times\cdots\times\dfrac{96}{97}\times\dfrac{98}{99}$.

أ)- بين أن: $A<B$.

ب)- احسب الجداء $A\times B$.

ج)- استنتج أن: $A<\dfrac{1}{10}<B$.

تمرين 15

a و b عددان حقيقيان بحيث: $3\leq a\leq 9$ و $2\leq b\leq 7$.
أطر التعابير التالية: $a+b$ و ab و $a-b$ و $2a+3b$
و $5a-2b$ و $\dfrac{a}{b}$ و $\dfrac{2a+3b}{5a-2b}$ و a^2+b^2.

تمرين 16

x و y عددان حقيقيان بحيث : $-1\leq x\leq -2$ و $3\leq y\leq 5$.
أطر التعابير التالية: $x+y$ و $x-y$ و xy و $\dfrac{x}{y}$.

تمرين 17

1)- قارن العددين $2\sqrt{7}$ و $3\sqrt{3}$.

2)- احسب $\left(3\sqrt{3}-2\sqrt{7}\right)^2$.

3)- بسط العدد a حيث: $a=\sqrt{55-12\sqrt{21}}$.

4)- علما أن: $2,6<\sqrt{7}<2,7$ و $1,7<\sqrt{3}<1,8$، حدد تأطيرا للعدد a.

تمرين 18

x و y عددان حقيقيان حيث:

$4\sqrt{5}\le x\le 5\sqrt{5}$ و $y=x-3\sqrt{5}$.

1)- قارن العددين x و y.

2)- تحقق من أن: $\sqrt{5}\le y\le 2\sqrt{5}$.

3)- أطر التعابير التالية: $x+y$ و xy و $x-y$ و $\dfrac{x}{y}$.

تمرين 19

x و y عددان حقيقيان بحيث: $1\le x\le 4-$ و $5\le y\le 9$.

أطر التعابير التالية: $x-y$ و xy و x^2+y^2.

تمرين 20

a و b عددان حقيقيان موجبان قطعا حيث: $a>b$.

نضع $E=\sqrt{a-\sqrt{a^2-b^2}}-\sqrt{a+\sqrt{a^2-b^2}}$.

1)- بسط التعبير E أكثر ما يمكن.

2)- استنتج مما سبق تبسيط العدد $\sqrt{5-\sqrt{21}}-\sqrt{5+\sqrt{21}}$.

3)- علما أن: $1,4<\sqrt{2}<1,5$ و $1,7<\sqrt{3}<1,8$، أطر العدد $\sqrt{5-\sqrt{21}}-\sqrt{5+\sqrt{21}}$.

تمرين 21

x عدد حقيقي حيث: $5\le x\le 7$.

نعتبر التعبير التالي: $E=x^2-2x-8$.

1)- اطر التعبير E.

2)- تحقق من أن: $E=(x-4)(x+2)$ ثم استنتج تأطيرا آخر للتعبير E.

3)- تحقق من أن: $E=(x-1)^2-9$ ثم استنتج تأطيرا آخر للتعبير E.

4)- حدد أدق تأطير للتعبير E.

تمرين 22

ABC مثلث.

بين أن: $0<AB+AC-BC<2\sqrt{AB\times AC}$.

تمرين 23

a و b عددان حقيقيان بحيث: $a\ge\dfrac{1}{2}$ و $b\le 1$ و $a-b=3$.

1)- بين أن $a\le 4$ و $b\ge\dfrac{-5}{2}$.

2)- احسب قيمة العدد الحقيقي: $A=|a+b-5|+|a+b+2|$.

تمرين 24

ليكن a عددا حقيقيا من المجال $[1;3]$.

1)- بين أن: $\dfrac{1}{|a+2|}\le\dfrac{1}{3}$.

2)- استنتج أن: $\left|\dfrac{a-1}{a+2}-\dfrac{1}{4}\right|\le\dfrac{1}{4}|a-2|$.

تمرين 25

a و b عددان حقيقيان حيث: $|a|<\dfrac{1}{2}$ و $|b-2|<\dfrac{1}{2}$.

بين أن: $1<\dfrac{2b}{b-a}<5$.

تمرين 26

a و b عددان حقيقيان حيث: $a^2+b^2=2$.

بين أن: $|a+b|\le\sqrt{2}$.

تمرين 27

ليكن $\dfrac{1}{3}$ تقريب للعدد a بالدقة $\dfrac{2}{3}$ و $0,25$ تقريب للعدد b إلى 5.10^{-2}.

بين أن $1\le a\le\dfrac{1}{3}-$ و $0,2\le b\le 0,3$.

تمرين 28

نضع $A=\dfrac{\sqrt{1+a^2}}{a}$ بحيث $a\in\mathbb{R}^*$.

1)- بين أن: $\dfrac{\sqrt{1+a^2}}{a}-\dfrac{1}{a}=\dfrac{a}{\sqrt{1+a^2}+1}$.

2)- بين أن: $\sqrt{1+a^2}+1\ge 2$.

3)- استنتج أن: $\left|A-\dfrac{1}{a}\right|\le\dfrac{1}{2}|a|$.

4)- حدد القيمة المقربة للعدد $\dfrac{\sqrt{1,0001}}{0,01}$ بالدقة 5.10^{-3}.

تمرين 29

a و b عددان حقيقيان حيث: $0<a<1$ و $b=\dfrac{1+\sqrt{a}}{2}$.

1)- بين أن: $\dfrac{1}{2}<b<1$.

2)- بين أن: $b-1=\dfrac{a-1}{2\left(1+\sqrt{a}\right)}$.

3)- استنتج أن: $|b-1|<\dfrac{1}{2}|a-1|$.

4)- حدد القيمة المقربة للعدد $\dfrac{1+\sqrt{0,6}}{2}$ بالدقة 2.10^{-1}.