تمرين 1

أتمم الجدول التالي:

القياس ب rad		$\frac{\pi}{5}$	$\frac{4\pi}{3}$		$\frac{13\pi}{18}$	
القياس ب °	$20°$			$75°$		$120°$

تمرين 2

$(\mathscr{C})$ دائرة مثلثية أصلها I ومركزها O.

مثل على الدائرة $(\mathscr{C})$ النقط التالية: $A\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ و $B\left(\frac{-5\pi}{6}\right)$

و $C\left(\frac{\pi}{8}\right)$ و $D\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ و $E\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

تمرين 3

$(\mathscr{C})$ دائرة مثلثية أصلها I ومركزها O.

نعتبر على الدائرة $(\mathscr{C})$ النقطتين $A\left(\frac{43\pi}{12}\right)$ و $B\left(\frac{-5\pi}{12}\right)$.

تحقق من أن النقطتين A و B منطبقتين.

تمرين 4

صحيح أم خطأ: $9{,}13\pi \equiv -2{,}87\pi\left[2\pi\right]$ ؟

تمرين 5

حدد الأفصول المنحني الرئيسي للنقط ذات الأفاصيل المنحنية التالية: $a=\frac{253\pi}{12}$ ؛ $b=\frac{2015\pi}{101}$ ؛ $c=\frac{-65\pi}{7}$.

تمرين 6

1)- A و B و C ثلاث نقط من دائرة مثلثية محددة بأحد أفاصيلها المنحنية كما يلي: $A\left(\frac{2015\pi}{3}\right)$ و $B\left(\frac{2015\pi}{4}\right)$ و $C\left(\frac{2015\pi}{6}\right)$.

حدد الأفصول المنحني الرئيسي لكل من A و B و C . أنشئ الشكل.

2)- حدد الأفصول المنحني الرئيسي للنقط M_k من دائرة مثلثية والتي أحد أفاصيلها المنحنية على شكل : $\frac{(4k-15)\pi}{8}$، حيث $k\in\mathbb{Z}$.

تمرين 7

$(\mathscr{C})$ دائرة مثلثية أصلها I ومركزها O.

مثل على الدائرة $(\mathscr{C})$ النقط M_k التي أفاصيلها المنحنية هي الأعداد $x_k=-\frac{\pi}{6}+\frac{2k\pi}{3}$، حيث $k\in\mathbb{Z}$.

تمرين 8

ABCD مربع مركزه O حيث: $\overline{(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})}\equiv\frac{\pi}{2}\left[2\pi\right]$.

حدد القياسات التالية:

$\overline{(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})}$ ؛ $\overline{(\overrightarrow{BO},\overrightarrow{BC})}$ ؛ $\overline{(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DA})}$ ؛ $\overline{(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC})}$.

تمرين 9

$(\mathscr{C})$ دائرة مثلثية مركزها A وتمر من نقطة B.

1)- مثل على الدائرة $(\mathscr{C})$ النقط C و D و E و F حيث:

$\overline{(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})}\equiv\frac{\pi}{3}\left[2\pi\right]$ و $\overline{(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})}\equiv\frac{3\pi}{4}\left[2\pi\right]$

و $\overline{(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE})}\equiv\frac{7\pi}{6}\left[2\pi\right]$ و $\overline{(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AF})}\equiv\frac{-3\pi}{4}\left[2\pi\right]$.

2)- حدد القياس الرئيسي للقياسات التالية:

$\overline{(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AE})}$ ؛ $\overline{(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AC})}$ ؛ $\overline{(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AF})}$ ؛ $\overline{(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AE})}$.

تمرين 10

ليكن x عددا حقيقيا.

1)- عمل ثم بسط ما يلي: $A=\cos x-\cos^3 x$

و $B=\sin^3 x\cos x+\sin x\cos^3 x$.

2)- بين ما يلي:

- $\sin^2 x-\cos^2 x=1-2\cos^2 x$
- $\cos^2 x-\sin^2 x=1-2\sin^2 x$
- $\sin^4 x-\cos^4 x=\sin^2 x-\cos^2 x$
- $\sin^6 x+\cos^6 x=1-3\sin^2 x\cos^2 x$

تمرين 11

علما أن: $\cos\left(\frac{9\pi}{5}\right)=\frac{1+\sqrt{5}}{4}$، حدد $\sin\left(\frac{9\pi}{5}\right)$ ثم استنتج $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$ و $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$ و $\tan\left(\frac{\pi}{5}\right)$.

تمرين 12

بين أنه، لكل x من $\mathbb{R}$ ، لدينا:

$\left(\sin x+\cos x\right)^2+\left(\sin x-\cos x\right)^2\in\mathbb{N}$.

تمرين 13

حدد $\sin\left(\frac{-39\pi}{4}\right)$ و $\cos\left(\frac{65\pi}{4}\right)$.

تمرين 14

حدد القيمة العددية لكل تعبير من التعابير التالية:

$$A=\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)+\cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)-2\sin\left(\frac{4\pi}{5}\right)+\cos\left(\frac{3\pi}{10}\right)$$

$$B=\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)+\cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right)+\cos^2\left(\frac{7\pi}{8}\right)+\cos^2\left(\frac{5\pi}{8}\right)$$

$$C=\tan\left(\frac{\pi}{5}\right)+\tan\left(\frac{2\pi}{5}\right)+\tan\left(\frac{3\pi}{5}\right)+\tan\left(\frac{4\pi}{5}\right)$$

تمرين 15

x عدد حقيقي.

نضع: $E=\cos\left(3\pi-x\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)-\sin\left(-x-\frac{3\pi}{2}\right)$.

بسط التعبير E.

تمرين 16

الهدف من هذا التمرين هو حساب القيم المضبوطة للنسب المثلثية لزاوية حادة قياسها $\frac{\pi}{12}$.

ACDE مربع حيث $AC=2$ و $\overline{(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AE})}\equiv\frac{\pi}{2}\left[2\pi\right]$.

1)- أنشئ داخل المربع ACDE المثلث ABC متساوي الأضلاع.

2)- برهن أن المثلث ABE متساوي الساقين.

3)- بين أن: $\overline{(\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{EB})} \equiv \frac{\pi}{12}[2\pi]$.

لتكن H المسقط العمودي للنقطة B على المستقيم (DE).

4)- احسب كل من BH و EB.

5)- بين أن: $\cos(\frac{\pi}{12}) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$ و $\tan(\frac{\pi}{12}) = 2-\sqrt{3}$.

6)- استنتج القيمة المضبوطة ل $\sin(\frac{\pi}{12})$.

تمرين 17

الهدف من هذا التمرين هو حساب القيم المضبوطة للنسب المثلثية لزاوية حادة قياسها $\frac{\pi}{8}$.

ABC مثلث قائم الزاوية ومتساوي الساقين رأسه B حيث AC= 6 و $\overline{(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})} \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

لتكن O منتصف القطعة [AC].

المنصف الداخلي للزاوية $\hat{BAC}$ يقطع المستقيم (BO) في E.

1)- أنشئ الشكل.

2)- بين أن: $AB = 3\sqrt{2}$.

3)- حدد $\overline{(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{AE})}$.

4)- بين أن: $OE = 3(\sqrt{2}-1)$.

5)- استنتج أن: $BE = 3(2-\sqrt{2})$.

6)- بين أن: $AE = 3\sqrt{4-2\sqrt{2}}$.

7)- أثبت أن: $\cos(\frac{\pi}{8}) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ و $\sin(\frac{\pi}{8}) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

و $\tan(\frac{\pi}{8}) = \sqrt{2}-1$.

8)- تحقق من أن: $\sin(\frac{\pi}{4}) = 2\sin(\frac{\pi}{8})\cos(\frac{\pi}{8})$.

تمرين 18

x عدد حقيقي بحيث: $3\sin x + 4\cos x = 5$.

حدد $\tan x$.

تمرين 19

a و b و x أعداد حقيقية.

1)- بين أن: $|a\sin x + b\cos x| \le \sqrt{a^2+b^2}$.

2)- استنتج أن: $|\sin^2 x - \cos^2 x| \le 2$.

تمرين 20

بين أن: $|\sin x.\cos x| \le \frac{1}{2}$، حيث x عدد حقيقي.

تمرين 21

x عدد حقيقي بحيث: $\sin x.\cos x = \frac{1}{2}$.

حدد $\tan x$.

تمرين 22

ABC مثلث جميع زواياه حادة.

لتكن H المسقط العمودي للنقطة C على المستقيم (AB).

1)- ارسم شكلا مناسبا.

2)- بين أن: $HC = AC.\sin \hat{BAC}$

و $HB = AB - AC.\cos \hat{BAC}$.

3)- بين أن:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos \hat{BAC}$.

4)- في حالة المثلث ABC قائم الزاوية في A، ماذا تستنتج؟

5)- لتكن S مساحة المثلث ABC.

بين أن: $S = \frac{1}{2}.AB.AC.\sin \hat{BAC}$.

6)- بين أن: $\frac{\sin \hat{BAC}}{BC} = \frac{\sin \hat{ABC}}{AC} = \frac{\sin \hat{ACB}}{AB}$.

7)- لتكن K المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC) و M منتصف القطعة [BC].

بين أن: $AB^2 + AC^2 = 2.AM^2 + \frac{1}{2}.BC^2$.

تمرين 23

ليكن x عددا حقيقيا من المجال $]0 ; \frac{\pi}{2}[$.

في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j})$،

نعتبر النقط $A(1 ; 0)$ و $M(\cos x ; \sin x)$ و $P(\cos x ; 0)$.

النقطة T هي تقاطع المستقيم (OM) والمستقيم العمودي على (OA) في A.

1)- أنشئ شكلا مناسبا.

2)- بين أن: $AT = \tan x$.

3)- لتكن S_1 و S_2 و S_3، على التوالي، مساحات كل من المثلث OAM والقطاع الزاوي OAM والمثلث OAT.

باعتماد المساحات السابقة، بين أن $\sin x \le x \le \tan x$.

4)- استنتج أن: $\cos x \le \frac{\sin x}{x} \le 1$.

مسألة

احسب ارتفاع البرج (انظر الوثيقة).